Практические задачи по математике в ЕГЭ и ОГЭ[1]

Г.С. Ларина, лаборант международной лаборатории анализа образовательной политики Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики», г. Москва,
e-mail: glarina@hse.ru

В конце XX века во многих странах мира были изменены стандарты образования по математике с той целью, чтобы обратить внимание на необходимость связи школьных знаний по математике с окружающим миром. Так, в середине 70-х годов в Нидерландах появилась программа под названием «Обучение реалистичной математике» (Realistic Mathematic Education), а затем многие другие страны подхватили эту идею и продолжили разработки в этом направлении (RMERC, 1999; NCTM, 2006, Dickinson, Hough, Searle, & Barmby, 2011; Treffers, 1993).

В соответствии с этими глобальными изменениями в 2010 году России также были изменены федеральные стандарты образования для основной школы (ФГОС, 2010). Необходимость развития умения учащихся использовать школьные знания в повседневных жизненных ситуациях подчеркивается и в требованиях к предметным результатам по математике, и в «Фундаментальном ядре содержания общего образования» (Фундаментальное ядро…, 2011).

В ЕГЭ по математике уже в 2008 году были добавлены задания, «позволяющие оценить умения учащихся применять полученные знания в жизненной ситуации» [Спецификация экзаменационной…, 2008]. На текущий момент в ЕГЭ по математике, состоящем из 20 заданий, 4 задания отводятся на проверку применения усвоенных знаний (Спецификация контрольных…, 2014) [1]. В свою очередь, с 2013 года аттестационный тест для 9-классников, ОГЭ, состоит из трех модулей – «Алгебра», «Геометрия» и «Реальная математика». Причем верное решение хотя бы двух заданий из этого модуля является обязательным условием прохождения минимального критерия для получения положительной оценки на экзамене (Спецификация контрольных…, 2014) [2].

Однако, хотя в стандартах образования и подчеркивается важность прикладного характера преподавания математики в школе, до сих пор не было выработано универсального определения для практических задач. Кроме того, в методических материалах не дается четкого представления о том, как именно учитель математики должен выстраивать свой курс для достижения поставленных целей. И поэтому в ситуации отсутствия четких определений и методических указаний учителя математики вынуждены опираться на свои собственные представления, а также на материалы открытых задач аттестационных экзаменов.

Но и представления учителей о практических задачах могут различаться. Например, было показано, что при отборе практических задач для урока учителя могут оценивать их соответствие математической теме как более важный критерий, а достоверность практического контекста считают второстепенным критерием [Gainsburg, 2008].

Материалы аттестационных экзаменов доступны для учителей и учащихся и зачастую являются единственным ориентиром при подготовке к урокам. И поэтому в условиях отсутствия единого определения практических задач по математике нам представляется важным проанализировать этот класс задач в ЕГЭ и ОГЭ.

Теоретический обзор

На данный момент существует множество разных определений для задач, оценивающих умения учащихся применять свои школьные знания в повседневных, жизненных ситуациях. В различных отечественных и зарубежных публикациях их называют и реалистичными, и прикладными, и контекстными задачами (Cooper & Harries, 2005; Pais, 2013; Blum & Borromeo Ferri, 2009; Carvalho & Solomon, 2012; OECD, 2013). В российской традиции такие задачи называют практическими или практико-ориентированными (Фридман, 1977; Спецификация контрольных…, 2014) [1,2].

Многообразие определений практических задач заключается и в различных характеристиках, по которым тестовые задачи относят к классу практических задач. Так, практические задачи рассматриваются по их отсылке к опыту учащегося, по использованию контекста при решении задачи, по степени использования обыденной семантики. Таким образом, среди многих

[1] Статья подготовлена в результате проведения исследования в рамках Программы фундаментальных исследований Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ) и с использованием средств субсидии на государственную поддержку ведущих университетов Российской Федерации в целях повышения их конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров, выделенной НИУ ВШЭ.

тестовых задач по математике рассматривают следующие практические задачи (Gainsburg, 2008):

1. Задачи на простые аналогии (сравнение отрицательных чисел и отрицательных температур).

2. Классические текстовые задачи (Два поезда выехали из точки А в одно и то же время).

3. Задачи на работу с реальными данными (Поиск медианы и среднего роста учащихся в классе).

4. Математическое моделирование реальных феноменов (составление формулы для обозначения изменения температуры в течение года).

В отсутствие универсального определения практических задач необходимо обратиться к изначальной цели, которая поставлена перед этим классом задач, а именно к оценке умений учащихся применять полученные школьные знания в повседневных жизненных ситуациях. И поэтому при разработке теоретической модели для практических задач необходимо проанализировать ключевые параметры жизненных ситуаций, которые являются аналогами задачи. Только отталкиваясь от характеристик реальных жизненных ситуаций, мы можем быть уверены в том, что задача моделирует именно поведение учащихся в жизненных ситуациях.

В своей работе Тюменева (2014) рассматривает ключевые особенности реальных повседневных проблем, которые могут быть решены математически. В соответствии с выделенными ключевыми особенностями жизненных ситуаций были выделены следующие характеристики практических задач:

1. Наличие обыденной семантики – математическое моделирование и интерпретация.

2. Новизна языка изложения задачи – наличие типичных формулировок, влекущих за собой определенный алгоритм решения.

3. Ситуационная значимость вопроса – проблемная значимость решения.

4. Относительная жесткость структуры задачи – заданный определенный алгоритм решения.

5. Необходимость использования концепций и процедур, изученных в школьном курсе математики.

Предложенные параметры практических задач можно применить и для анализа задач в ЕГЭ и ОГЭ. Однако необходимо заметить, что в ситуации использования задачи на уроках и в тестовых материалах некоторые критерии оказываются неприменимыми. Например, параметр необходимости интерпретации результатов может быть оценен только за счет наблюдения за учителем. Та же ситуация и с необходимостью использовать определенный алгоритм решения задачи, то есть наличие жестко заданной структуры решения задачи. В данной работе мы ограничены только текстами задач и поэтому будем рассматривать практические задачи по следующим трем параметрам: математическое моделирование, ситуационная значимость и новизна языка изложения задачи. Эти три параметра основаны на предложенной теоретической модели Тюменевой. Рассмотрим эти параметры подробнее.

Параметр *ситуационной значимости* подразумевает значимость полученного решения задачи в поставленных условиях, то есть на основе этого решения могут быть предприняты дальнейшие действия в данном контексте. Например, в следующей задаче вопрос не является проблемным, так как решение о высадке того или иного зерна на вспаханном поле не связано с количеством способов комбинации этих зерен. Кроме того, контекст задачи, а именно работа агрофирмы, на данный момент времени не имеет никакого отношения к жизни учащегося.

Сколькими способами Агрофирме «Болдино» во время весенней посевной можно посеять рожь, пшеницу, ячмень и кукурузу на четырех вспаханных полях?

Параметр *математического моделирования* подразумевает необходимость перевода условий задачи с обыденного языка задачи на язык математики [Талызина, 1988; Фридман, 1977]. Как любая задача по математике, практическая задача предполагает использование математического аппарата. И поэтому условия практической задачи, сформулированные на обыденном языке, необходимо перевести на язык математики, например, выразить отношения между объектами задачи в виде уравнения. Однако некоторые практические задачи можно решить без применения математических концепций и процедур, как, например, в задачах про чтение информации с графиков и таблиц.

Наконец, параметр *новизны формулировки задачи* учитывает, что задачи в повседневной жизни не являются типичными, а их структура, условия и вопросы зачастую размыты. Отсутствие шаблонных формулировок, слов и фраз не позволяет типизировать такие задачи и назначить для их решения единственно верный алгоритм. Например, следующая задача является нешаблонной, так как формулировка условий и вопроса задачи не привязана к определенной теме по математике:

В парке предусмотрена железная дорога, движение которой осуществляется по окружности, а также дорожка для велосипедистов, перемещение по которой осуществляется согласно уравнению $y=0.16x^2 -32x+1300$. Необходимо определить координаты расположения светофоров для безопасного движения велосипедистов.

Практические задачи в ЕГЭ и ОГЭ

Рассмотрим тестовый материал аттестационных экзаменов ЕГЭ и ОГЭ в соответствии с предложенными параметрами практических задач.

В настоящий момент в ЕГЭ по математике включено несколько задач, призванных оценивать умения учащихся применять свои знания в повседневных, реальных ситуациях. А именно это 4 задания на проверку умения «использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни». И 5 заданий на проверку умения «строить и исследовать простейшие математические модели». Рассмотрим задачи первой категории.

Налог на доходы в России составляет 13% от заработной платы. Заработная плата Ивана Кузьмича равна 20 000 рублей. Сколько рублей он получит после уплаты налога на доходы?

Для решения этой задачи учащемуся необходимо записать условия задачи на языке математики и воспользоваться формулой для расчета процентов. Вопрос задачи является значимым, так как имеет непосредственное отношение к жизни каждого гражданина. Текст задачи является шаблонным, однако соответствующая задаче реальная жизненная ситуация будет иметь аналогичное решение.

Следующая задача также призвана

В таблице показано распределение медалей на Зимних Олимпийских играх в Сочи среди команд, занявших первые 10 мест по количеству золотых медалей. Определите с помощью таблицы, сколько серебряных медалей у команды, занявшей второе место по числу золотых медалей?

Места	Команды	Медали			
		Золотые	Серебряные	Бронзовые	Всего
1	Россия	13	11	9	33
2	Норвегия	11	5	10	26
3	Канада	10	10	5	25
4	США	9	7	12	28
5	Нидерланды	8	7	9	24
6	Германия	8	6	5	19
7	Швейцария	6	3	2	11
8	Белоруссия	5	0	1	6
9	Австрия	4	8	5	17
10	Франция	4	4	7	15

Ответ: ________________.

оценивать умения применять знания по математике в повседневных ситуациях.

Хотя в этой задаче и нужно выявить какую-то закономерность, в этой задаче нет необходимости использовать специальные знания именно по математике. И поэтому эта задача не обладает параметром математического моделирования. Но в данном случае трудно выявить ситуационную значимость, так как эта проблема не является ежедневной и привычной для человека. Хотя навык чтения таблиц и является важным в современной жизни, в рамках данной задачи контекст не обладает значимостью. Однако задача является нешаблонной, учитывая ее контекстуальную уникальность.

Рассмотрим теперь задачи, которые проверяют умение учащихся работать с простейшими моделями. Например, следующую задачу:

Улитка за день заползает вверх по дереву на 3 м, а за ночь спускается на 2 м. Высота дерева 10 м. Через сколько дней улитка впервые окажется на вершине дерева?

Для решения этой задачи учащемуся необходимо записать условия задачи в виде математической модели, то есть составить уравнение. Однако ситуационная значимость задачи остается неясной, так как возможные последствия решенной задачи являются неочевидными как в рамках задачи, так и для жизни учащегося. Кроме того, текст задачи является шаблонным, отсылающим к определенному алгоритму решения.

В следующей задаче также оцениваются умение строить простейшие математические модели:

Турист подбирает себе экскурсии. Сведения об экскурсиях представлены в таблице.

Номер экскурсии	Посещаемые объекты	Стоимость (руб.)
1	Крепость, загородный дворец	350
2	Музей живописи	100
3	Парк	150
4	Парк, музей живописи	300
5	Парк, крепость	300
6	Загородный дворец	200

Пользуясь таблицей, подберите экскурсии так, чтобы турист посетил четыре объекта: крепость, загородный дворец, парк и музей живописи, а суммарная стоимость экскурсий не превышала бы 600 рублей.

В ответе укажите ровно один набор номеров экскурсий без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: ________________.

Данная задача обладает параметром ситуационной значимости, так как этот контекст встречается в обыденной жизни учащихся, а на основе принятого решения будут предприняты определенные действия и в обыденной жизни. Однако параметр математического моделирования не присутствует в этой задаче, хотя для решения задачи необходимо выполнить минимальные арифметические операции.

В настоящий момент в ОГЭ все практические задачи сгруппированы в модуль «Реальная математика». Этот блок состоит из 7 заданий, которые проверяют умения учащихся применять математические знания в простейших практических ситуациях. Все задания из этого модуля проверяют математическую компетентность учащихся только на базовом уровне. Рассмотрим некоторые задачи поподробнее.

Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

Для решения этой задачи необходимо воспользоваться формулой для расчета процентов, как и в случае с похожей задачей ЕГЭ. Поэтому задача обладает параметром математического моделирования. Вопрос задачи также является значимым для данной ситуации, так как выяснение стоимости билетов имеет непосредственное отношение к проезду на электропоездах.

Необходимо заметить, что, хотя текст задачи и является шаблонным, вопрос в аналогичной жизненной ситуации будет сформулирован идентичным образом.

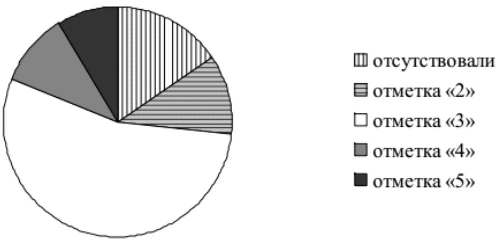
Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

Для решения этой задачи необходимо осуществить расчет по предложенной формуле, то есть продемонстрировать математическую подготовку.

Однако условия задачи уже сформулированы на языке математики, и поэтому задача не соответствует параметру математического моделирования. Из-за отсутствия обыденного контекста данная задача также не обладает и параметром ситуационной значимости. Наконец, формулировка задачи является шаблонной.

Завуч школы подвёл итоги контрольной работы по математике в 9-х классах. Результаты представлены на круговой диаграмме.

Результаты контрольной работы по математике. 9 класс



Какие из утверждений относительно результатов контрольной работы **верны**, если всего в школе 120 девятиклассников?
В ответе укажите номера верных утверждений.

1) Более половины учащихся получили отметку «3».
2) Около половины учащихся отсутствовали на контрольной работе или получили отметку «2».
3) Отметку «4» или «5» получила примерно шестая часть учащихся.
4) Отметку «3», «4» или «5» получили более 100 учащихся.

Данная задача обладает ситуационной значимостью – объекты и процессы в ней знакомы каждому учащемуся. Правда, с распределением оценок в классе работают чаще учителя, чем ученики. Тем не менее вопросы задачи являются значимыми для данного контекста, имеют непосредственное отношение к ситуации. Однако применение знаний по математике потребуется только в одном вопросе из четырех, когда ученику будет необходимо вычислить, какой процент составляют 100 учащихся. В остальных вопросах необходимо просто проанализировать числовые данные, представленные на диаграмме. Формулировка задачи является нешаблонной.

Заключение

Необходимость изучения в школе прикладного характера математики подчеркивается в нескольких федеральных документах по образованию. В контрольно-измерительные материалы по математике также были включены задания, оценивающие навыки применения математики в жизненных ситуациях. Однако до сих пор не было выработано единого определения для практических задач по математике. Кроме того, не существует ясных методических рекомендаций для учителей о том, как обучать школьников прикладному аспекту математики. В ситуации неопределенности учителя предпочитают работать с содержанием задач, которые встретятся ученикам на выпускных экзаменах. И поэтому цель данной работы заключалась в анализе практических задач по математике в ЕГЭ и ОГЭ.

Результаты анализа показали, что в тестовых материалах не существуют универсального типа «практической задачи». В данном случае выборку рассмотренных задач нельзя назвать репрезентативной, так как были проанализированы только задачи из демонстрационных вариантов ЕГЭ и ОГЭ. Но тем не менее проведенный анализ показывает, что даже в рамках одной категории встречаются задачи, обладающие разными параметрами практических задач. В одних задачах присутствует только параметр математического моделирования, в других задачах, наоборот, нет математического содержания. Кроме того, в нескольких случаях контекст практических задач не имел никакого отношения к жизни ребенка.

Выявленное разнообразие практических задач может неблагоприятным образом влиять на представление учителей об этом классе задач. В ситуации отсутствия четкого определения практических задач и отсутствия методических материалов учителя вынуждены ориентироваться на задачи в ЕГЭ и ОГЭ как единственный доступный образец практических задач. Но в этом случае тестовые материалы не могут дать точного ответа учителям, что из себя представляют практические задачи по математике.

Литература

1. Спецификация экзаменационной работы по математике Единого государственного экзамена 2008 г. – ФИПИ, 2008.

2. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2015 году Единого государственного экзамена по математике. Базовый уровень. – ФИПИ, 2014. (1).

3. Спецификация контрольных измерительных материалов для проведения в 2015 году основного государственного экзамена по математике. – ФИПИ, 2014. (2).

4. Талызина Н.Ф. Педагогическая психология. – М.: Академия, 2011. – С. 136–137.

5. Тюменева Ю.Т. Задания на «перенос» знаний: теория и практика // Математика в школе. – 2014. – № 10. – С. 3–9.

6. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. Утвержден приказом Минобрнауки России от 17 декабря 2010 г. № 1897.

7. Фридман Л.М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. – М.: Педагогика, 1977. – 208 с.

8. Фундаментальное ядро содержания общего образования / Рос. акад. наук, Рос. акад. образования; Под ред. В.В. Козлова, А.М. Кондакова. – 4-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2011. – 79 с.

9. Blum, W., & Borromeo Ferri, R. Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? // Journal of Mathematical Modelling and Application. – 2009. – № 1. – Pp. 45–58.

10. Carvalho C., & Solomon Y. Supporting statistical literacy: What do culturally relevant/ realistic tasks show us about the nature of pupil engagement with statistics? // International Journal of Educational Research. – 2012. – № 55. – Pp. 57–65.

11. Cooper B., & Harries A.V. Making sense of realistic word problems: portraying working class «failure» in a division with remainder problem. – 2015. – April. – Pp. 37–41.

12. Dickinson P., Hough S., Searle J., Barmby P. Evaluating the impact of a Realistic Mathematics Education project in secondary schools // Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics. – 2011. – № 31(November). – Pp. 47–52.

13. Gainsburg J. Real-world connections in secondary mathematics teaching // Journal of Mathematics Teacher Education. – 2008. – № 11. – Pp. 199–219.

14. Assessment and Analytical Framework: Mathematics, Reading, Science, Problem Solving and Financial Literacy. – PISA: OECD Publishing, 2012 .

15. NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) Principles and Standards for School Mathematics. – Reston, 2006.

16. Pais A. An ideology critique of the use-value of mathematics // Educational Studies in Mathematics. – 2013. – 84(1). – Pp.15–34.

17. RMERC The Curriculum for the 10-year Compulsory School in Norway. – Oslo: The Royal Ministry of Education, Research and Church Affairs, 1999.

18. Treffers A. Wiskobas and Freudenthal: Realistic mathematics education // Educational Studies in Mathematics. – 1993. – № 25. – P. 89.

.

Из опыта организации конференции в контексте развития умений полилогического общения

М.А. Попова, аспирантка ФГАОУ ДПО «Академия повышения квалификации и профессиональной переподготовки работников образования», учитель английского языка ГБОУ «Гимназия №1527», г. Москва , *e-mail: pomarinka7@mail.ru*

Обучение полилогическим формам общения, начиная со школьной скамьи, актуально для российского образования, стремящегося отвечать существующим в мире вызовам. В современном поликультурном обществе актуализируется необходимость ведения диалога представителей различных культур. Поскольку язык – это феномен культуры, то поликультурность, неразрывно связанная с полилингвальностью, образует пространство, в котором происходит обмен информацией и мнениями не только на родном, но и на иностранных языках. Современные тенденции развития общества предполагают привлечение к участию в таком общении все большего количества участников, таким образом переводя это общение из плоскости диалогической в плоскость полилогическую. Увеличение количества участников коммуникативного общения в рамках конкретной темы – явление, отражающее стремление к выработке и принятию решений, учитывающих несколько точек зрения, и принятию коллективных решений. Формами такого общения могут являться конференции, ток-шоу, «круглые столы», телемосты и др.

Основными отличиями полилогической формы общения от диалогической являются количество участников (более двух); ситуация, когда инициативу высказывания может захватить любой из коммуникантов; относительная непредсказуемость конечного результата общения. В настоящее время полилог как интерактивное общение имеет несколько способов проявления: как форма общения респондентов, основанная на совместном творчестве субъектов; как процесс коллективной выработки результирующей информации всеми участниками акта мыследеятельности; как вид деятельности, сополагающий взаимодействие разных людей друг с другом.

Одной из форм проявления полилогического общения является конференция (лат.conferentia – от лат.confero – собираю в одно место) – собрание, совещание представителей каких-либо организаций, групп, государств, а также отдельных лиц, ученых для обсуждения определенных вопросов.

Конференция в контексте школьного образования имеет своей целью обсуждение вопросов, личностно и социально значимых для ее участников, и мотивирует их учебно-познавательную и социальную деятельности: стремление быть полезным обществу, ответственность перед обществом, социальную идентификацию, саморазвитие и самообразование. Она также отвечает запросам современной школы в части формирования условий для успешного